

### 3.4.10 Obsah kruhové výseče

**Předpoklady:** 030409

**Př. 1:** Dopln tabulku. Výsledky udávej s přesností na tři platné číslice.

| $r$           | $d$ | $o$ | $S$ |
|---------------|-----|-----|-----|
|               | 12  |     |     |
|               |     | 0,3 |     |
| $\frac{4}{9}$ |     |     |     |
|               |     |     | 10  |

  

| $r$           | $d$    | $o$  | $S$     |
|---------------|--------|------|---------|
| 6             | 12     | 37,7 | 113     |
| 0,0477        | 0,0955 | 0,3  | 0,00716 |
| $\frac{4}{9}$ | 0,889  | 2,79 | 0,621   |
| 1,78          | 3,57   | 11,2 | 10      |

**Př. 2:** Načrtni kruh  $K$  a kruhovou výseč tohoto kruhu se středovým úhlem  $60^\circ$ . Jak velký bude obsah této kruhové výseče, pokud se obsah celého kruhu rovná  $720 \text{ cm}^2$ ? Jak velký by byl obsah kruhové výseče, která by měla středový úhel  $1^\circ$ ?

Výseč tvoří šestinu celého kruhu  $\Rightarrow$  její obsah je šestinou obsahu celého kruhu:

$$720 : 6 \text{ cm}^2 = 120 \text{ cm}^2.$$

Výseč o středovém úhlu  $1^\circ$  by měla obsah jednu třistašedesátinu obsahu celého kruhu:

$$720 : 360 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2.$$

**Př. 3:** Urči obsah kruhové výseče o poloměru  $r = 10 \text{ cm}$  a středovém úhlu:

- a)  $90^\circ$                       b)  $12^\circ$                       c)  $231^\circ$

Obsah celého kruhu:  $S = \pi r^2 = \pi \cdot 10^2 \text{ cm}^2 = 314 \text{ cm}^2$ .

a)  $90^\circ$

Čtvrtina:  $314 : 4 \text{ cm}^2 = 78,5 \text{ cm}^2$ .

b)  $12^\circ$

Použijeme přímou úměrnost (čím větší středový úhel, tím větší je obsah výseče)

$$\begin{array}{ccc} 360^\circ & \dots & 314 \text{ cm}^2 \\ 12^\circ & \dots & x \end{array}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{314}{360} \quad / \cdot 12$$

$$x = \frac{314}{360} \cdot 12 \text{ cm}^2 = 10,5 \text{ cm}^2$$

c)  $231^\circ$

|             |     |                    |
|-------------|-----|--------------------|
| $360^\circ$ | ... | $314 \text{ cm}^2$ |
| $231^\circ$ | ... | $x$                |

$$\frac{x}{231} = \frac{314}{360} \quad / \cdot 231$$

$$x = \frac{314}{360} \cdot 231 \text{ cm}^2 = 201 \text{ cm}^2$$

**Pedagogická poznámka:** Někteří žáci řeší příklad přepočítáváním přes  $1^\circ$ . Není to problém, na tabuli si ukážeme přímou úměrnost.

**Př. 4:** Odvoď vzorec pro obsah kruhové výseče o poloměru  $r$  a středovém úhlu  $\alpha$ .

Budeme postupovat stejně jako v předchozím příkladu.

|             |     |           |
|-------------|-----|-----------|
| $360^\circ$ | ... | $\pi r^2$ |
| $\alpha$    | ... | $x$       |

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{\pi r^2}{360} \quad / \cdot \alpha$$

$$x = \frac{\pi \alpha r^2}{360}$$

Obsah kruhové výseče je dán vzorcem  $x = \frac{\pi \alpha r^2}{360}$ , kde  $r$  je poloměr výseče a  $\alpha$  je její středový úhel ve stupních.

**Obsah kruhové výseče je dán vzorcem  $x = \frac{\pi \alpha r^2}{360}$ , kde  $r$  je poloměr výseče a  $\alpha$  je její středový úhel ve stupních.**

**Pedagogická poznámka:** Připomínám žákům, že jsme si sice odvodili vzorec, ale do budoucna je užitečnější si pamatovat, že obsah můžeme dopočítat pomocí přímé úměry z obsahu kruhu, než si pamatovat samotný vzorec.

**Př. 5:** Využij získaný vzorec pro doplnění tabulky obsahů kruhových výsečí. Přemýšlej, jak postupovat, abys na kalkulačce zadával co nejméně čísel. Výsledky udávej na tři platné číslice.

|        | $36^\circ$ | $100^\circ$ | $305^\circ$ | $7^\circ$ |
|--------|------------|-------------|-------------|-----------|
| 15km   |            |             |             |           |
| 0,21 m |            |             |             |           |

|        | 36°    | 100°   | 305°  | 7°      |
|--------|--------|--------|-------|---------|
| 15km   | 70,7   | 196    | 599   | 13,7    |
| 0,21 m | 0,0139 | 0,0385 | 0,117 | 0,00269 |

**Pedagogická poznámka:** Někteří žáci mají problém s interpretací tabulky trochu problémy, ale když trváte na tom, že mají spočítat obsahy a jde o osm příkladů, nakonec to zvládnou.

**Shrnutí:** Obsah kruhové výseče vypočteme snadno z obsahu kruhu pomocí přímé úměry.